

# Une correction du Rallye Maths 2007

## 1. Superstitieux?

Soit  $x$  le nombre de participants au jeu.

Il y a donc  $(x-1)$  perdants, qui donnent chacun  $x$  jetons.

On doit alors résoudre l'équation :  $x(x-1)=156$

$$\text{soit } x^2 - x - 156 = 0$$

En testant plusieurs valeurs de  $x$ , on trouve  **$x=13$**

## 2. Modèle réduit

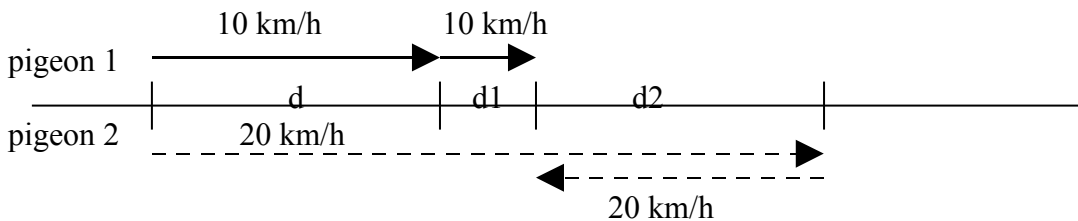
La hauteur est divisée par 10, donc le volume est divisé par  $10^3$ , il en est donc de même pour la masse.

$$\text{Soit } m = \frac{60}{10^3} = 0,06 \text{ kg} = \mathbf{60 \text{ g}}$$

La masse est de 0,06kg donc le poids est de  $9,8 \times 0,06 = \mathbf{0,588 \text{ Newton}}$

Et oui, on demandait le poids et non la masse ! Restons amis avec les profs de physique !

## 3. Deux pigeons s'aimaient d'amour tendre



$$d + d_1 = d_2 = 80 \text{ km}$$

Quand le pigeon 2 part, il met **4h** pour faire 80 km.

Pendant ce temps, le pigeon 1 fait  $d=40$  km

Pour que le pigeon 2 retrouve le pigeon 1 au retour, ils mettront le même temps, mais feront des distances différentes, car leurs vitesses sont différentes.

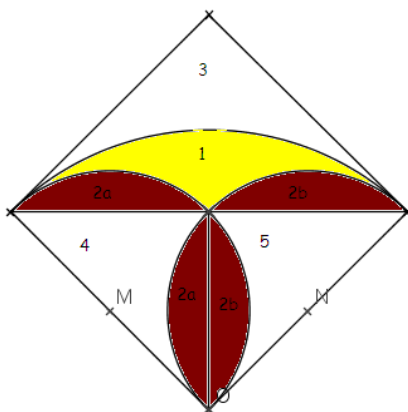
On a la formule de la vitesse :  $v = \frac{d}{t}$ , d'où  $t = \frac{d}{v}$ .

$$\text{Ainsi } t_1 = t_2 \text{ donc } \frac{d_1}{v_1} = \frac{d_2}{v_2} \text{ et } \frac{d_1}{10} = \frac{d_2}{20} \text{ et enfin } d_1 = \frac{d_2}{2}$$

$$\text{or } d_1 + d_2 = 40 \text{ donc } \frac{d_2}{2} + d_2 = 40 \text{ d'où } d_2 = \frac{80}{3} \text{ et } t_2 = \frac{d_2}{20} = \frac{4}{3} \text{ d'heure} = 80 \text{ mn} = 1 \text{ h } 20$$

$$\text{d'où } t = 4 \text{ h} + 1 \text{ h } 20 = \mathbf{5 \text{ h } 20 \text{ min}}$$

## 4. L'air(e) d'un champignon



$$\text{L'aire du demi-carré est de : } \frac{10^2}{2} = 50$$

On remarque que l'aire de la partie ② se retrouve en-dessous de la partie ①.

$$\text{Or } 50 = \textcircled{3} + \textcircled{1} + \textcircled{2}$$

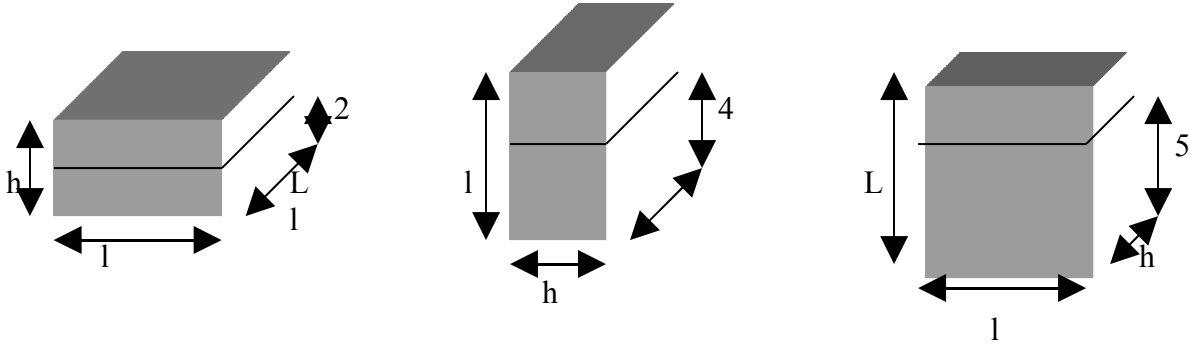
et  $\textcircled{3} = \text{aire(carré)} - \text{aire(quart de cercle de centre } O)$

$$= 100 - \frac{10^2 \pi}{4} = 100 - 25\pi$$

$$\text{D'où : } \textcircled{1} + \textcircled{2} = 50 - 100 + 25\pi$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} = \mathbf{25\pi - 50 \text{ cm}^2}$$

## 5. Un fou du bocal

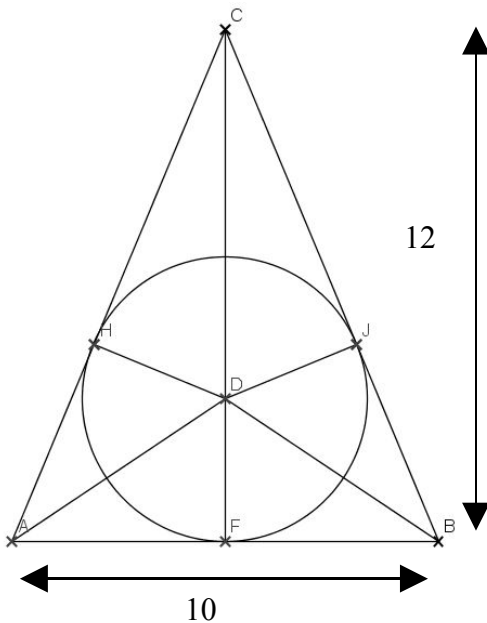


Pour le même bocal, on a les trois volumes suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{L \times 200}{h} = 500 \\ L \times h = 250 \\ l = \frac{200}{h} \end{array} \right\} \text{ donc } \left\{ \begin{array}{l} L = \frac{5}{2}h \\ \frac{5}{2}h \times h = 250 \\ l = \frac{200}{h} \end{array} \right\} \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} L = \frac{5}{2}h \\ h^2 = 100 \\ l = \frac{200}{h} \end{array} \right\} \text{ et enfin } \left\{ \begin{array}{l} L = 25 \\ h = 10 \\ l = 20 \end{array} \right\}$$

Soit un volume de :  $V = 25 \times 20 \times 10 = 5000 \text{ cm}^3$  c'est à dire **5L**

## 6. La coupe est pleine



Les triangles ADH, AFD, FDB, BDJ, JDC et CHD sont tous rectangles.

Soit R le rayon du cercle inscrit dans le triangle ABC.

On a :  $AF = AH = 5$  et  $DC = 12 - R$ .

On utilise le théorème de Pythagore dans :

AFC, rectangle en F :  $AC^2 = 5^2 + 12^2 = 169$  ,  
soit  $AC = 13$ .

D'où  $HC = 13 - 5 = 8$

HDC, rectangle en H :  $DC^2 = 8^2 + R^2$

$$(12 - R)^2 = 64 + R^2$$

$$144 - 24R + R^2 = 64 + R^2$$

$$24R = 80$$

$$R = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

## Spécial troisième

### 7. Un carré plus que parfait

Les carrés parfaits formés de 2 chiffres sont 16 - 25 - 36 - 49 - 81 - 64

En essayant tous les arrangements de 2 de ces nombres, on trouve que seul **16 81** est un carré parfait.

### 8. Histoire d'oeufs

Sachant qu'en utilisant des emballages de 10, il reste 2 oeufs, les nombres d'oeuf possibles sont :

42 - 52 - 62 - 72 - 82 - 92 - 102 - 112 - 122 - 132 - 142 - 152 - 162 - 172 - 182 - 192 .

Parmi ces nombres, les multiples de 8 (pour qu'il ne reste aucun oeuf dans des emballages de 8) sont :

72 - 112 - 152 - 192

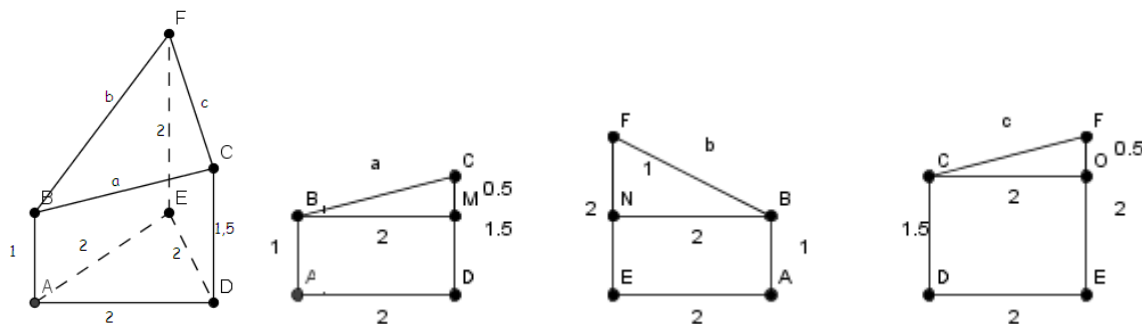
Parmi ces 4 nombres le seul dont le reste de sa division euclidienne par 6 est 2 ( il reste 2 oeufs dans des emballages de 6) est **152**

**7. André est gonflé**

Le compteur de vitesse de la voiture indique 130 à l'heure, en calculant le nombre de tours seconde des roues. Donc, avec le même nombre de tours par seconde, sachant que le périmètre est passé de  $27 \times 2\pi$  à  $28 \times 2\pi$ , la distance parcourue par un tour de roue est multiplié par  $\frac{28}{27}$ .

Donc la vitesse est aussi multipliée par  $\frac{28}{27}$ , soit  $V = \frac{28}{27} \times 130 = \frac{3640}{27} \approx 134,8$  km/h

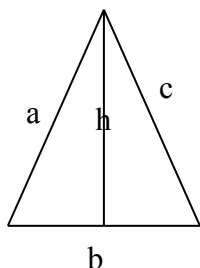
**8. La tente à Tatie**



Grace au théorème de Pythagore :

$$a = \frac{\sqrt{17}}{2} \quad b = \sqrt{5} \quad c = c = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

La toile forme un triangle isocèle de sommet C.



Grace au théorème de Pythagore :  $h = \sqrt{\frac{17}{4} - \frac{5}{4}} = \sqrt{3}$

D'où :  $Aire = \frac{h \times b}{2} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{2}$        $Aire = \frac{\sqrt{15}}{2} \text{ m}^2$

**7. Des plaques au plafond**

Considérons qu'horizontalement les plaques ont une longueur de  $45\text{cm} = 0,45 \text{ m}$ .

Soit  $x$  le nombre de plaques posées horizontalement et  $y$  le nombre de plaques posées verticalement.

Comme le plafond de la salle est carré, son aire vaut  $(0,45x)^2 \text{ m}^2$ .

On sait que cette aire est comprise entre 20 et 25  $\text{m}^2$  donc  $20 < (0,45x)^2 < 25$

donc  $99 < x^2 < 123,5$

comme  $x$  est un entier,  $x = 10$  ou  $11$

De plus, comme le plafond de la salle est carré, on doit avoir :  $45 \times x = 30 \times y$

donc  $y = \frac{45}{30} \times x$

donc  $y = 15$  si  $x = 10$  et  $y = 16,5$  si  $x = 11$  : impossible car  $y$  doit être entier lui aussi

Ainsi  $x = 10$  et  $y = 15$  : **il faut au total 150 plaques pour couvrir le plafond.**

## 8. Ne nous laissons pas avoir

Soit  $L$  la longueur initiale, après l'augmentation de 30 %, elle devient  $1,3 \times L$

Soit  $l$  la largeur initiale, après la diminution de 30 %, elle devient  $0,7 \times l$

La nouvelle aire est donc de  $1,3 L \times 0,7 l = 0,91 L \times l$

L'aire initiale était  $L \times l$ .

On a donc un coefficient multiplicateur de 0,91 qui correspond à **une diminution de 9 %**