

Correction du rallye IREM de Rouen 2010 CM2/6^{ème}

Première manche

Défi 1 :

Le nombre cherché est 13.

Défi 2 :

Le groupe nominal « RALLYE DE L'IREM DE ROUEN » contient 21 caractères, un caractère étant soit une lettre soit une apostrophe.

Si on l'écrit une deuxième fois à la suite, on obtient 42 caractères. Une troisième fois encore nous aurons 63 caractères... Il va falloir un certain temps pour arriver au 2010^{ème} caractère... Lorsqu'on pose la division de 2010 par 21, on obtient 95 et il reste 15..

Ce qui signifie que l'on peut écrire ce groupe nominal 95 fois, on n'aura pas encore écrit le 2010^{ème} caractère...

Lorsqu'on l'écrira enfin pour la 96^{ème} fois, le 15^{ème} caractère sera le 2010^{ème} écrit depuis le début. Le 2010^{ème} caractère sera donc le 15^{ème} du groupe nominal, c'est à dire **D**.

Défi 3 :

Remarque : l'unité de longueur n'étant pas précisée, les élèves choisissent le cm, le côté du petit carreau, le côté du grand carreau pour les aider dans les représentations.

Pour trouver les rectangles de périmètre 16 dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers,

- on commence peut-être par construire celui qui a pour largeur 1 ;

La longueur du rectangle que l'on cherche est alors 7, en effet $16 - 2 \times 1 = 14$; $14 / 2 = 7$.

(au passage, soit par une formule, soit sur un papier quadrillé, **l'aire de ce rectangle est de 7 unités d'aire**. C'est l'aire minimale pour un rectangle ayant un périmètre de 16).

- Ensuite, un rectangle qui a pour largeur 2 et périmètre 16, a pour longueur 6.

(son aire est de 12 u.a)

- On poursuit, largeur 3, périmètre 16 donc longueur 5 (et aire 15 u.a)
- Ensuite, largeur 4, périmètre 16 donc longueur 4, c'est à dire un carré mais un rectangle aussi ! (**son aire est de 16 u.a**, c'est le rectangle d'aire maximale ayant pour périmètre 16)

Il y a donc 4 rectangles de périmètre 16 dont les longueurs des côtés sont des nombres entiers.

Il n'y a aucun rectangle de périmètre 15.

Défi 4 : de la proportionnalité !

1) Il faut 4 secondes pour remplir 1L et 1L coûte 1,04€.

En 20 secondes, on remplit 5L et on paye 5,2€.

En 60s ou 1 min, on remplit 15L et on paye 15,6€(cela ne convient pas.)

En 2 min, on remplit 30 L et on paye 31,2€.

En 3 min, on remplit 45 L et on paye 46,8€.

En 4 min, on remplit 60 L et on paye 62,4€.

En 5 min, on remplit 75 L et on paye 78€.

Son réservoir ne faisant que 77L, il n'y a que cette possibilité.

2) Il faut 4 secondes pour remplir 1L et 1L coûte 1,06€.

En 60s ou 1 min, on remplit 15L et on paye 15,9€

En 2 min, on remplit 30 L et on paye 31,8€.

En 3 min, on remplit 45 L et on paye 47,7€.

En 4 min, on remplit 60 L et on paye 63,6€.

En 5 min, on remplit 75 L et on paye 79,5€.

En 6 min, on remplit 90 L et on paye 95,4€.

En 7 min, on remplit 105 L et on paye 111,3€.

En 8 min, on remplit 120 L et on paye 127,2€.

En 9 min, on remplit 135 L et on paye 143,1€.

En 10 min, on remplit 150 L et on paye 159€.

Si le litre d'essence coûte 1,06€, son réservoir doit contenir au minimum 150L pour qu'il y ait au moins une solution.

Deuxième manche

Défi 5 : A TABLE

On appelle F1 et H1 la femme et l'homme du couple n°1, F2 et H2 la femme et l'homme du couple n°2 et F3 et H3 la femme et l'homme du couple n°3.

Nous mettrons M pour Maëlle et S pour Saïd.

Pour les solutions , on met Maëlle à un bout de table , Saïd à sa droite, on obtient 6 solutions.

H3 F2 H1	H2 F3 H1	H3 F1 H2	H1 F3 H2	H2 F1 H3
M F3	M F2	M F3	M F1	M F2
S F1 H2	S F1 H3	S F2 H1	S F2 H3	S F3 H1

H1 F2 H3
M F1
S F3 H2

Si on met Saïd à sa gauche, 6 autres solutions.

S f1 H2	S F1 H3	S F2 H1	S F2 H3	S F3 H1	S F3 H2
M F3	M F2	M F3	M F1	M F2	M F1
H3 F2 H1	H2 F3 H1	H3 F1 H2	H1 F3 H2	H2 F1 H3	H1 F2 H3

Ensuite, on met Maëlle à l'autre bout de la table, Saïd à sa droite donc encore 6 solutions puis Saïd à sa gauche, encore 6 solutions.

Il y en 24 en tout...

Défi 6 : De la proportionnalité...

Patrick met 1h36min à faire l'ascension et la descente, ce qui fait 96 min.

Il redescend 3 fois plus vite donc il met 3 fois plus de temps à monter.

On répartit le temps total en quatre parties égales :

$$96/4 = 24.$$

Patrick met donc 24 minutes pour monter et $3 * 24 \text{ min} (= 72 \text{ min})$ pour redescendre.

Patrick roule à 15 km/h pour monter ce qui signifie qu'en 60 min, il parcourt donc 15 km.

En 10 min, il parcourt 2,5 km.

En 2 min, il parcourt 0,5 km.

Il monte pendant 72 minutes à la vitesse de 15 km/h donc parcourt 18 km.

La distance entre le pied du col et le sommet est de 18 km.

Vérification ou autre méthode :

Patrick redescend en 24 minutes à la vitesse de 45 km/h (puisque il va trois fois plus vite)

En 1 h, il parcourt donc 45 km.

En 60 min, il parcourt 45 km.

En 20 min, il parcourt 15 km.

En 4 min, il parcourt 3 km.

Donc en 24 min, il parcourt bien 18 km (en roulant à 45 km/h).

Défi 7 :

Au premier aller, elle met 32s puis 20s pour remplir le seau, (**52s**)

Elle repart le seau plein et met 32s et 16s (une fois et demie plus longtemps) pour aller vider son seau, elle met alors 5 s. (**32s + 16s + 5s = 53s**)

Deuxième trajet aller, elle met 32s et un quart de plus, c'est à dire 8s, en tout 40s. Elle remplit son seau : 20s. (**40s + 20s = 60s**)

Le trajet retour lui prend 40s et la moitié 20s (une fois et demie plus longtemps) donc 60s.

Elle vide le seau : 5s. (**65s**)

Troisième trajet aller, elle met 40s et un quart de plus donc 10s (en tout 50s). Elle remplit son seau 20s. (**50s + 20s = 70s**)

Elle repart pour le troisième retour, le seau plein. Elle met 50s et 25s (une fois et demie plus longtemps) donc 75s. Elle vide le seau : 5s. (**80 s**)

Quatrième trajet aller, elle met 50s et un quart de 50s (donc 12,5s). En tout 62,5s. Elle remplit le seau : 20s. (**82,5 s**)

Elle repart pour le dernier retour... Elle met 62,5s et la moitié de 62,5s (c'est à dire 31,25s). Ce dernier retour lui prend donc 93,75s. Elle met encore 5 s pour vider ce dernier seau... (**98,75 s**)

Il reste à ajouter les temps en seconde et à les convertir en minutes :

$$52s + 53s + 60s + 65s + 70s + 80s + 82,5s + 98,75s = 561,25s$$

c'est à dire 9min 21s 25 centièmes.

On accepte 9min 21s.

Défi 8 : Que les échanges commencent...

On rappelle 1 boulet vaut 2 loupes, 1 loupe vaut 3 agates et 1 agate vaut 4 terres.

1 boulet vaut donc 6 agates ou 24 terres.

Chaque enfant a au départ 1 boulet, 3 loupes, 6 agates et 24 terres.

Maëlle :

Au départ, elle a 1 boulet, 3 loupes, 6 agates et 24 terres.

Maëlle échange son boulet contre des terres avec Saïd.

Elle a alors 3 loupes, 6 agates ses 24 terres et les 24 terres de Saïd
Donc 3 loupes, 6 agates, 48 terres.

Elle échange alors 1 loupe et des agates (il lui en faut donc 3) contre 1 boulet avec Patrick.
Maëlle a alors 1 boulet (celui de Patrick), 2 loupes, 3 agates et 48 terres.

Saïd :

Au départ, il a 1 boulet, 3 loupes, 6 agates et 24 terres.
Saïd échange ses terres (24) contre 1 boulet avec Maëlle.
Il a alors 2 boulets, 3 loupes, 6 agates.

Il échange ensuite ses agates (6) contre 2 loupes avec Christine.
Saïd a alors 2 boulets, 5 loupes.

Patrick :

Au départ, il a 1 boulet, 3 loupes, 6 agates et 24 terres.
Patrick a échangé 1 boulet contre 1 loupe et des agates (3) avec Maëlle.
Il a alors 4 loupes, 9 agates et 24 terres.

Il échange alors 2 loupes contre des terres (24) avec Christine.
Patrick a donc 2 loupes, 9 agates et 48 terres.

Christine :

Au départ, elle a 1 boulet, 3 loupes, 6 agates et 24 terres.
Elle échange des terres (24) contre 2 loupes avec Patrick.
Elle a alors 1 boulet, 5 loupes, 6 agates.

Elle échange alors 2 loupes contre des agates (6) avec Saïd.
Christine a donc 1 boulet, 3 loupes, 12 agates.

Vérification :

Chaque enfant a au départ 1 boulet, 3 loupes, 6 agates et 24 terres.
Il y donc au départ 4 boulets, 12 loupes, 24 agates et 96 terres.
Il y en a normalement le même nombre à la fin...

Vérifions :

Maëlle a 1 boulet, 2 loupes, 3 agates et 48 terres.

Patrick a 2 loupes, 9 agates et 48 terres.

Christine a 1 boulet, 3 loupes, 12 agates.

Saïd a alors 2 boulets, 5 loupes.

Le compte est bon...